

حرکت شناسی

(مناسب برای دوره جمع بندی)

حسین صمدیه - علی مهربانی - مجید فارسی

منطبق بر کتاب فیزیک ۳

پایه دوازدهم رشته تجربی

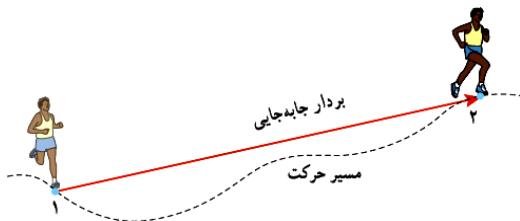
(برگرفته از کتاب فیزیک کنکور)

حسین صمدیه

حرکت شناسی

در فیزیک، شناخت و توصیف حرکت اجسام، یکی از مباحث مهمی است که در هر کتاب درسی به آن پرداخته می شود و زمینه ساز درک بهتر مباحث دیگر فیزیک است. آشنایی با حرکت اجسام، که به آن **محرکت شناسی** یا **سینماتیک** گفته می شود، در بیشتر شاخه های مهندسی اهمیت زیادی دارد.

مسافت و جابه جایی



شکل روبه رو مسیر حرکت دنده ای را از مکان ۱ تا مکان ۲ نشان می دهد. طول این مسیر، مسافت پیموده شده یا به اختصار **مسافت** نامیده می شود. همچنین پاره قط جهت داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می کند **بردار جابه جایی** نامیده می شود.

تندی متوسط و سرعت متوسط

هنگامی که متحرکی از مکان ۱ به مکان ۲ می رود، اگر مسافت پیموده شده را با l و جابه جایی آن را با \vec{d} نشان دهیم، تندی متوسط و سرعت متوسط به صورت زیر تعریف می شود:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \quad \text{تندی متوسط} \quad , \quad \vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \quad \text{سرعت متوسط}$$

تندی متوسط یک کمیت نرده ای و سرعت متوسط یک کمیت برداری است. **یکای آن ها در SI، متر بر ثانیه (m/s)** می باشد و می توان آنها را برحسب یکاهای دلخواه دیگری مانند کیلومتر بر ساعت (km/h) بیان کرد.

km/h	m/s
۱۲۶	۳۵
۱۴۴	۴۰
۱۶۲	۴۵

km/h	m/s
۷۲	۲۰
۹۰	۲۵
۱۰۸	۳۰

km/h	m/s
۱۸	۵
۳۶	۱۰
۵۴	۱۵

کوش به رنگ

پیشنهاد می شود تبدیل های روبه رو به خاطر سپرده شود

کتاب درسی	<p>شکل زیر مسیر حرکت ماه به دور زمین را نشان می دهد. هنگامی که ماه یک دور کامل به دور زمین گردش می کند، در مورد مسافت و جابه جابه جایی ماه کدام گزینه درست می باشد.</p> <p>(۱) مسافت و جابه جایی هر دو برابر صفر است.</p> <p>(۲) مسافت و جابه جایی هر دو برابر محیط مدار گردش ماه است.</p> <p>(۳) مسافت برابر محیط مدار گردش ماه و جابه جایی برابر صفر است.</p> <p>(۴) جابه جایی برابر محیط مدار گردش ماه و مسافت برابر صفر است.</p>	مثال
	<p>پاسخ گزینه ۳: مسافت برابر است با طول مسیر پیموده شده ی ماه می باشد بنابراین برابر با محیط مدار گردش آن است. جابه جایی پاره خطی است که مکان آغازین رو به مکان پایانی متصل می کند که در یک دور گردش هر دو یکی می شود در این صورت جابه جایی برابر صفر است.</p>	

شکل زیر شخصی را در حال پیاده روی در راستای خط راست نشان می دهد. شخص حرکت خود را از مکان ۱ شروع کرده و پس از رسیدن به مکان ۲، برمی گردد و روی همان مسیر به مکان ۳ می رود. جابه جایی و مسافت پیموده شده این شخص به ترتیب چند متر است؟

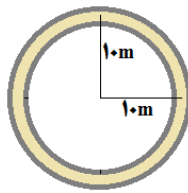


- (۱) ۷ و ۱۶
(۲) ۷ و ۲۵
(۳) ۱۶ و ۱۶
(۴) ۱۶ و ۲۵

۲۷۳
ساده

خودرویی در مسیر حرکت به میدانی به شعاع ۱۰ متر مطابق شکل زیر می‌رسد. جابه‌جایی و مسافت طی شده‌ی این خودرو در یک چهارم دور به ترتیب چند متر است؟ ($\pi = 3$)

- (۱) ۱۰ و ۱۰
(۲) $10\sqrt{2}$ و $10\sqrt{2}$
(۳) ۱۵ و ۱۰
(۴) 15 و $10\sqrt{2}$

کتاب
درسی

حرکت بر روی خط راست

برداري که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند **بردار مکان** جسم در آن لحظه نامیده می‌شود. اکنون سرعت متوسط را برای حالتی بررسی می‌کنیم که جسم بر خط راست حرکت می‌کند. بردار مکان کشش‌دوژی که در راستای محور x حرکت می‌کند در دو لحظه به صورت زیر است:

$$\vec{d}_1 = x_1 \vec{i}, \quad \vec{d}_2 = x_2 \vec{i}$$

در مورد جابه‌جایی و سرعت متوسط داریم:

$$\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = (x_2 - x_1) \vec{i} = \Delta x \vec{i}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i}$$

از آنجا که تنها حرکت اجسام بر خط راست بررسی می‌شود، جابه‌جایی متحرک را به جای بردار \vec{d} به صورت Δx و سرعت متوسط را به جای \vec{v}_{av} به صورت رابطه‌ی زیر در حل مسئله‌ها به کار می‌بریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

در این صورت علامت جبری Δx و v_{av} به ترتیب جهت جابه‌جایی و سرعت را نشان می‌دهند.

گوش به زنگ

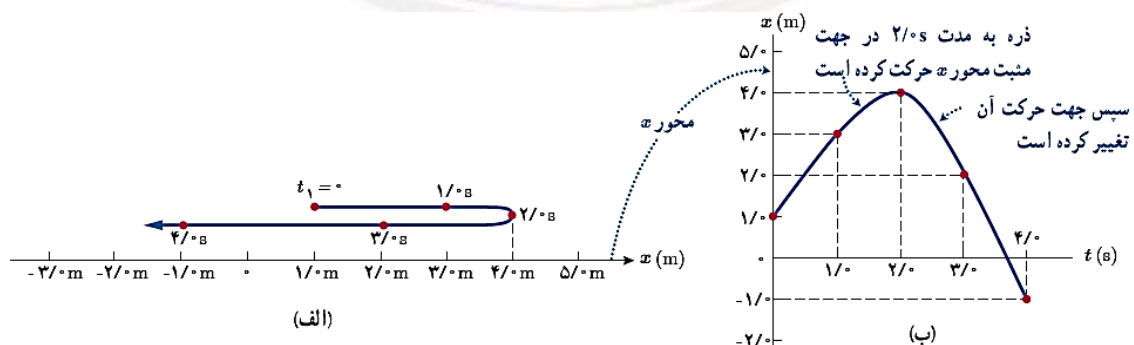
در حرکت روی خط راست جابه‌جایی و مسافت طی شده فقط زمانی با هم برابرند که جسم تغییر جهت نداده باشد.

گوش به زنگ

اگر متحرک در جهت محور x حرکت کند جابه‌جایی و سرعت متوسط آن مثبت و اگر متحرک در خلاف جهت محور x حرکت کند، جابه‌جایی و سرعت متوسط آن منفی خواهد بود.

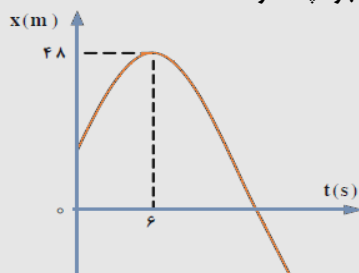
نمودار مکان - زمان

برای توصیف حرکت یک جسم می‌توان از نموداری که مکان جسم را در هر لحظه نشان می‌دهد، استفاده کرد. برای رسم این نمودار، غالباً زمان را روی محور افقی و مکان را روی محور قائم مشخص می‌کنیم. ابتدا هر یک از محورهای مکان و زمان را با مقیاسی مناسب مدرج می‌کنیم. سپس نقاطی از نمودار را که مربوط به هر یک از زمان‌ها و مکان‌های داده شده است، در صفحه‌ی $x-t$ مشخص می‌کنیم و با وصل کردن این نقاط به هم، به وسیله‌ی یک منحنی (خم) هموار، نمودار مکان زمان را مانند شکل زیر (شکل ب) رسم می‌کنیم.



نمودار مکان-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر، به صورت سهمی است. اگر مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی $t = 3\text{ s}$ تا $t = 9\text{ s}$ برابر ۱۲ متر باشد، جابه جایی متحرک در این بازه چند متر است؟

۹۳
ریاضی

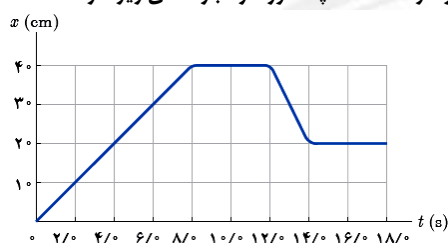


- (۱) صفر
(۲) ۳
(۳) ۶
(۴) ۱۲

پاسخ گزینه ۱: با توجه به تقارن سهمی در دو طرف خط زمان $t = 6\text{ s}$ ، مکان جسم در زمان های ۳ و ۹ ثانیه یکسان می باشد بنابراین جابجایی برابر صفر است.

شکل روبه رو نمودار مکان زمان مورچه ای را نشان می دهد که در راستای محور x در حرکت است. چند مورد از عبارت های زیر درست است؟

کتاب
درسی



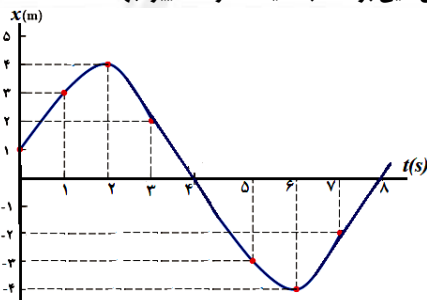
- (الف) در بازه زمانی صفر تا ۸ s، در جهت محور x حرکت می کند.
(ب) در بازه زمانی ۱۲ s تا ۱۴ s در خلاف جهت محور x حرکت می کند.
(پ) در بازه زمانی ۸ s تا ۱۲ s مورچه ایستاده است.
(ت) بیشترین فاصله مورچه از مبدأ ۲۰ متر است.
(ث) در بازه زمانی صفر تا ۱۸ s دوبار تغییر جهت داده است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۷۴
ساده

نمودار مکان زمان جسم متحرکی مطابق شکل زیر است. در چه زمان یا زمان هایی بر حسب ثانیه متحرک تغییر جهت داده است؟

کتاب
درسی



- (۱) ۲ و ۶
(۲) ۴ و ۸
(۳) ۴
(۴) ۸

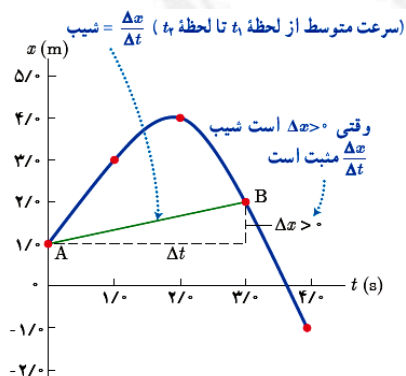
۲۷۵
ساده

تعیین سرعت متوسط به کمک نمودار مکان زمان

نسبت جابه جایی به مدت زمان جابه جایی را، سرعت متوسط می گویند.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

سرعت متوسط بین دو لحظه از زمان برابر شیب پاره خطی است که نقاط نظیر آن دو لحظه در نمودار مکان زمان را به یکدیگر وصل می کند.



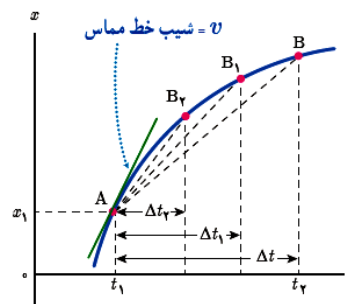
تندی لحظه ای و سرعت لحظه ای

تندی متحرک در هر لحظه از زمان را **تندی لحظه ای** می نامند.

اگر هنگام گزارش تندی لحظه ای، به جهت حرکت متحرک نیز اشاره شود، در واقع **سرعت لحظه ای** (\vec{v}) آن را که کمیتی برداری است بیان کرده ایم. برای سادگی، بیشتر وقت ها سرعت لحظه ای و تندی لحظه ای را به ترتیب به صورت سرعت و تندی بیان می کنند. به دلیل این که تنها حرکت بر روی خط راست بررسی می گردد به جای \vec{v} از v استفاده می کنیم (هرگاه ممتزک در جهت مثبت حرکت کند v مثبت و هرگاه در جهت منفی حرکت کند v منفی است).

تعیین سرعت لحظه‌ای به کمک نمودار مکان-زمان

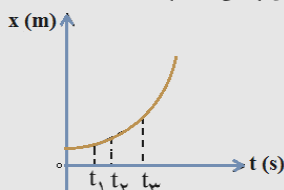
سرعت در هر لحظه‌ی دلخواه t ، برابر شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان در آن لحظه است.



گوش به زنگ

۱- هرچه شیب خط مماس بر نمودار مکان زمان در یک لحظه، بیشتر باشد، سرعت در آن لحظه بیشتر است.

نمودار مکان-زمان متحرکی سهمی و مطابق شکل است. سرعت متوسط متحرک در کدام بازه‌ی زمانی بیشتر است؟



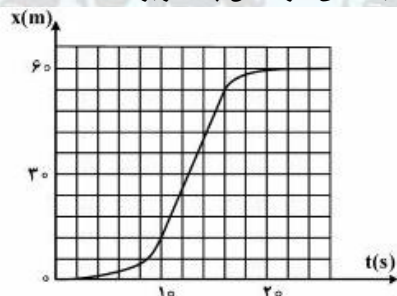
- (۱) صفر تا t_1
- (۲) t_1 تا t_3
- (۳) t_2 تا t_3
- (۴) بستگی به اندازه‌ی فاصله‌های زمانی دارد.

پاسخ گزینه ۳: سرعت متوسط برابر است با شیب خطی که دو نقطه روی نمودار مکان-زمان را به هم وصل می‌کند. شیب خط t_2 تا t_3 بیشتر است.

متحرکی روی محور X حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان $x_0 = -40\text{ m}$ می‌گذرد و در لحظه‌ی $t_1 = 6\text{ s}$ به مکان $x_1 = 100\text{ m}$ می‌رسد و در نهایت در لحظه‌ی $t_2 = 10\text{ s}$ از مکان $x_2 = 20\text{ m}$ می‌گذرد. سرعت متوسط این متحرک در این ۱۰ ثانیه کدام است؟

- (۱) ۲۲
- (۲) ۱۴
- (۳) ۶
- (۴) ۲

شکل زیر نمودار مکان-زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت کرده است. بیشینه‌ی سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) ۳
- (۲) ۵
- (۳) ۷
- (۴) ۹

شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای

هرگاه سرعت جسمی تغییر کند حرکت آن **شتاب‌دار** است. با توجه به اینکه بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت مماس است. تغییر سرعت جسم در نقاط مختلف مسیر حرکت می‌تواند به دلیل (۱) تغییر در اندازه‌ی بردار سرعت (تندی) جسم باشد، یا (۲) تغییر در جهت بردار سرعت آن باشد، یا همچنین می‌تواند به دلیل تغییر در اندازه و جهت بردار سرعت متحرک باشد.

بدن ما به شتاب ها واکنش نشان می دهد اما به سرعت ها واکنش نشان نمی دهد. (بخشی از هیجان ایجاد شده هنگام سوار شدن در وسایل شهربازی ها نیز ناشی از تغییرات سریع سرعت است.)

به نسبت تغییر سرعت به زمان تغییر آن، **شتاب متوسط** گفته می‌شود:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

شتاب متوسط کمیتی برداری و هم جهت با بردار تغییر سرعت ($\Delta \vec{v}$) است. یکای SI شتاب، متر بر مربع ثانیه (m/s^2) می‌باشد.

اگر متحرک در یک راستا حرکت کند در این صورت می‌توان نوشت:

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

شتاب لحظه‌ای حد شتاب متوسط است هنگامی که Δt به سمت صفر میل می‌کند.

۹۸
تجربی

۹۵
تجربی
خارج از
کشور

۲۷۶
ساده

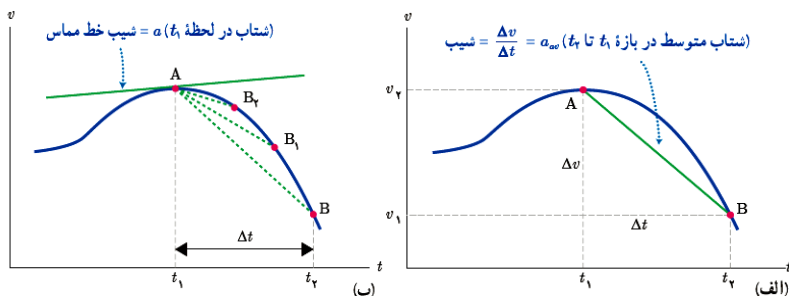
۲۷۷
ساده

تعیین شتاب متوسط و لحظه‌ای به کمک نمودار سرعت-زمان:

شتاب متوسط بین دو لحظه برابر شیب خطی است که نمودار سرعت زمان را در آن دو لحظه قطع می‌کند. (شکل الف)

و شتاب در هر لحظه‌ای دلخواه t برابر شیب خط مماس بر نمودار سرعت-زمان در آن لحظه است. (شکل ب)

شتاب لحظه‌ای را شتاب می‌نامند و آن را با نماد a نشان می‌دهند.

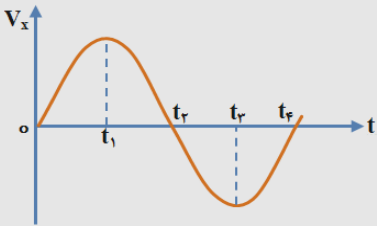


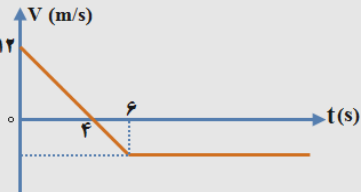
حرکت تندشونده و کندشونده:

هرگاه بزرگی سرعت (v) در حال افزایش باشد، حرکت **تندشونده** و اگر بزرگی سرعت (v) در حال کاهش باشد، حرکت **کندشونده** است.

۴۰ کوش به رنگ

- ۱- در حرکت **تندشونده**، حاصل ضرب شتاب در سرعت مثبت است ($a v > 0$) و در حرکت **کندشونده**، حاصل ضرب شتاب در سرعت منفی است ($a v < 0$)
- ۲- در نمودار سرعت زمان هرگاه نمودار از محور زمان دور شود، اندازه‌ی سرعت در حال افزایش است پس حرکت **تندشونده** می‌باشد. و هرگاه به محور زمان نزدیک شود، اندازه‌ی سرعت کاهش می‌یابد بنابراین حرکت **کندشونده** است.

مثال	نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. در بازه زمانی بین t_1 و t_2 حرکت متحرک شونده و در محور x است.
۸۶ تجربی	 <ol style="list-style-type: none"> ۱) کند - جهت ۲) تند - جهت ۳) کند - خلاف جهت ۴) تند - خلاف جهت
پاسخ گزینه ۱: در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 نمودار سرعت - زمان به محور t نزدیک می‌شود، بنابراین حرکت کندشونده است. همچنین در این بازه زمانی مقدار v مثبت است (بالای محور زمان) پس حرکت، هم جهت با محور x است.	

مثال	نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $3s \leq t \leq 6s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟
۸۹ تجربی	 <ol style="list-style-type: none"> ۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ گزینه ۲: ابتدا شتاب در بازه‌ی زمانی صفر تا ۴ ثانیه را محاسبه می‌کنیم.

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 12}{4 - 0} = -3 \text{ m/s}^2$$

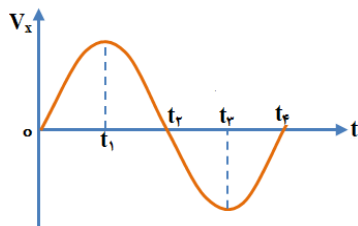
راه حل اول: با توجه به نمودار تا زمان ۶ ثانیه متحرک با شتاب ثابت به بزرگی ۳ متر بر مجذور ثانیه حرکت می‌کند پس بین ۳ تا ۶ ثانیه نیز همین شتاب را دارد.

راه حل دوم:

$$\begin{aligned}
 t_1 = 3s &\rightarrow v_1 = at_1 + v_0 = -3 \times 3 + 12 = 3 \text{ m/s} \\
 t_2 = 6s &\rightarrow v_2 = at_2 + v_0 = -3 \times 6 + 12 = -6 \text{ m/s} \\
 a_{av} &= \frac{-6 - 3}{6 - 3} = -3 \text{ m/s}^2
 \end{aligned}$$

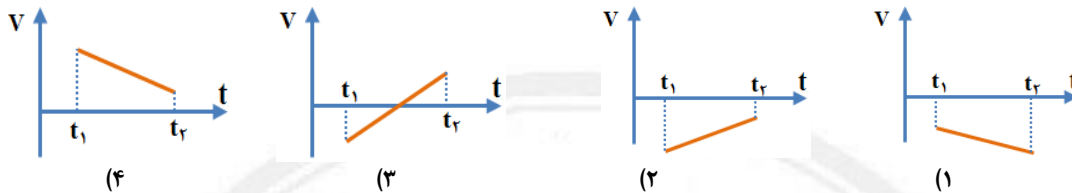
نمودار سرعت-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در چه فاصله‌ی زمانی، بردار شتاب متحرک در جهت مثبت محور x است؟

- (۱) صفر تا t_1
- (۲) صفر تا t_2
- (۳) t_2 تا t_4
- (۴) t_2 تا t_3



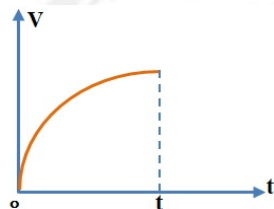
۸۶
ریاضی

کدام نمودار مربوط به متحرکی است که در بازه زمانی نشان داده شده، حرکت آن پیوسته تندشونده است؟



۹۰
تجربی

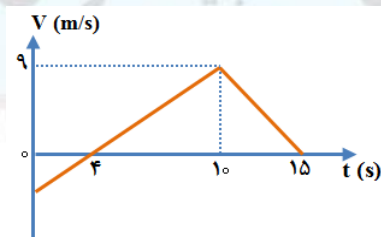
شکل مقابل نمودار سرعت-زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. حرکت آن در فاصله‌ی زمانی نشان داده شده در شکل چگونه است؟



- (۱) کند شونده باشتاب ثابت
- (۲) تند شونده باشتاب ثابت
- (۳) کند شونده باشتاب متغیر
- (۴) تند شونده باشتاب متغیر

۸۷
ریاضی

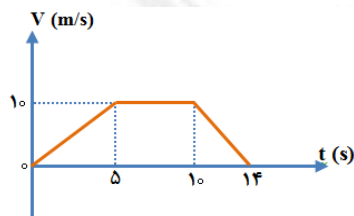
نمودار سرعت-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی $t = 0$ تا $t = 15$ s چند متر بر مربع ثانیه است؟



۹۳
تجربی
خارج از
کشور

- (۱) $0/4$
- (۲) $0/6$
- (۳) $0/8$
- (۴) 1

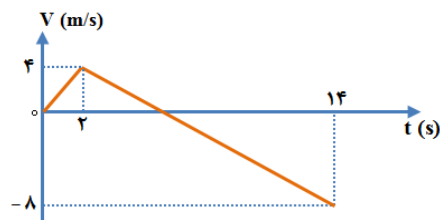
متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت-زمان آن مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک در بازه‌ی زمانی $t = 2$ تا $t = 12$ s چند متر بر مربع ثانیه است؟



۹۲
تجربی

- (۱) $0/1$
- (۲) $0/5$
- (۳) $0/7$
- (۴) صفر

متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و نمودار سرعت-زمان آن مطابق شکل روبه‌رو است. متحرک در 14 ثانیه‌ی اول، چند ثانیه در سوی مخالف محور x حرکت کرده است؟



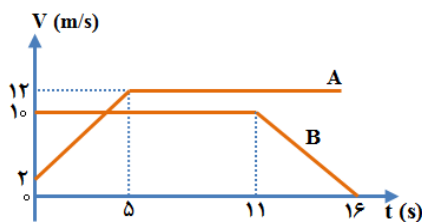
۸۹
ریاضی

- (۱) 4
- (۲) 6
- (۳) 8
- (۴) 12

نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می کنند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظه ی $t=0$ هر دو در مکان $x=0$ قرار داشته باشند، چند ثانیه پس از آن، دو متحرک به هم می رسند؟

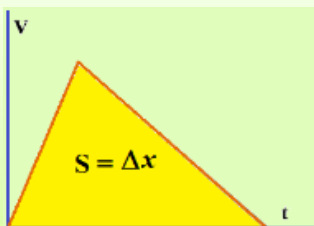
۲۸۴
دشوار

۹۰
ریاضی



- (۱) ۷/۵
(۲) ۸
(۳) ۱۲
(۴) ۱۲/۵

مساحت زیر نمودار سرعت- زمان:



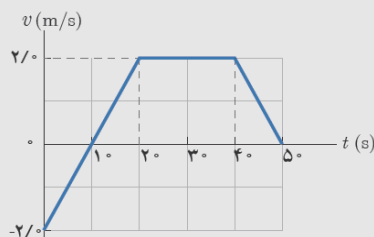
👁 گوش به زنگ 📢

- ۱- مساحت زیر نمودار سرعت-زمان (S) برابر با جابه جایی جسم (Δx) است. مساحت های بالای محور زمان مثبت و زیر محور زمان منفی است.
- ۲- برای محاسبه مسافت از روی نمودار سرعت زمان مساحت ها را باهم جمع می کنیم. (مثبت و منفی را در نظر نمی گیریم)
- ۳- با مشخص شدن جابه جایی، سرعت متوسط را نیز می توان محاسبه کرد. ($\Delta x / \Delta t$)

مثال متحرکی که در راستای محور x حرکت می کند در لحظه $t=0$ s از مکان $x_0=0$ می گذرد. نمودار سرعت-زمان این متحرک مطابق شکل زیر است. جابه جایی متحرک در بازه ی زمانی صفر تا 50 s چند متر است؟

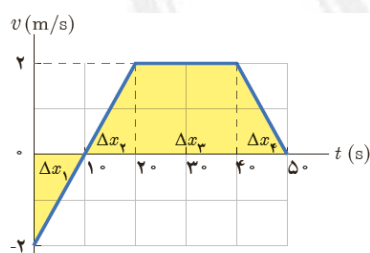
مثال

کتاب
درسی



- (۱) ۷۰
(۲) ۵۰
(۳) -۷۰
(۴) -۵۰

پاسخ گزینه ۲: جابه جایی برابر است با مساحت زیر نمودار سرعت زمان:

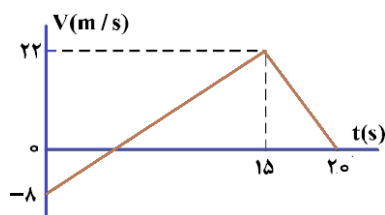


$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= s_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2}(-2 \times 10) = -10 \text{ m}, & \Delta x_2 &= s_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2}(2 \times 10) = 10 \text{ m} \\ \Delta x_3 &= s_{\text{مستطیل}} = (2 \times 20) = 40 \text{ m}, & \Delta x_4 &= s_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2}(2 \times 10) = 10 \text{ m} \\ \Delta x &= \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 = -10 + 10 + 40 + 10 = 50 \text{ m}\end{aligned}$$

نمودار سرعت-زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم حرکت می کند، به صورت شکل زیر است. مسافت پیموده شده توسط این متحرک در بازه ی زمانی 0 s تا 20 s، چند متر است؟

۲۸۵
ساده

۹۸
ریاضی

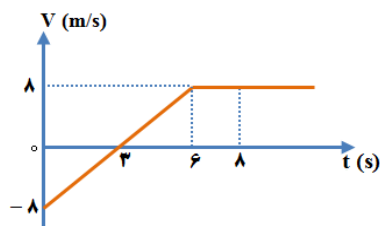


- (۱) ۱۶۰
(۲) ۱۷۶
(۳) ۱۸۰
(۴) ۱۹۲

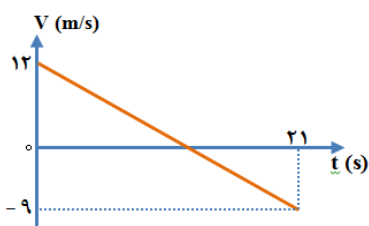
۲۸۶
ساده

نمودار سرعت - زمان جسمی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل است. سرعت متوسط جسم در مدت ۸ ثانیه نشان داده شده چند متر بر ثانیه است؟

- ۲ (۱)
۳ (۲)
۴ (۳)
۵ (۴)

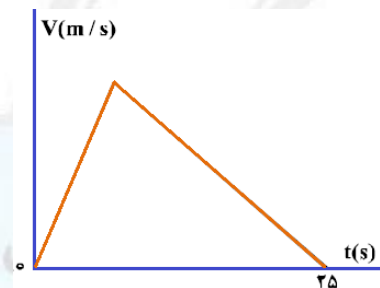
۸۵
تجربی۲۸۷
متوسطنمودار سرعت-زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در فاصله‌ی زمانی $t = 6s$ تا $t = 12s$ چند متر است؟

- ۱۲ (۱)
۱۸ (۲)
۲۲/۵ (۳)
۳۲/۵ (۴)

۹۳
تجربی۲۸۸
متوسط

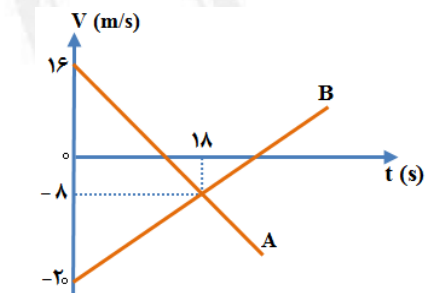
نمودار سرعت-زمان متحرکی که در مسیری مستقیم در حرکت است، به صورت شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در این ۲۵ ثانیه برابر ۱۰ متر بر ثانیه باشد، پیشینه‌ی سرعت متحرک در ضمن حرکت، چند متر بر ثانیه است؟

- ۲۰ (۱)
۲۵ (۲)
۴۰ (۳)
۵۰ (۴)

۹۸
تجربی۲۸۹
متوسط

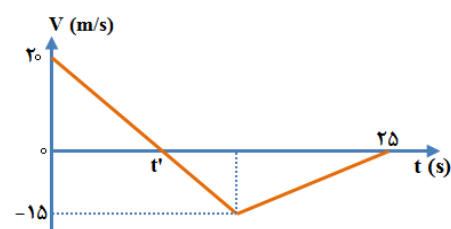
نمودار سرعت-زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در مدتی که متحرک A در جهت محور x حرکت کرده است، بزرگی جابه‌جایی متحرک B چند متر است؟

- ۱۸۶ (۱)
۱۹۲ (۲)
۲۰۰ (۳)
۲۲۸ (۴)

۹۵
ریاضی۲۹۰
متوسط

نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی که حرکت متحرک خلاف جهت محور x است، چند متر بر ثانیه است؟

- صفر (۱)
۲/۵ (۲)
۷/۵ (۳)
۱۰ (۴)

۹۴
ریاضی

حرکت با سرعت ثابت



در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است (شکل روبه‌رو).

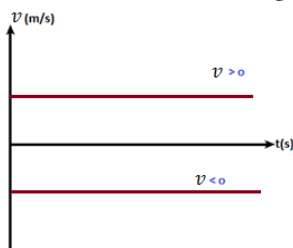
در نتیجه سرعت متوسط متحرک در هر بازه‌ی زمانی دلخواه، برابر سرعت لحظه‌ای آن است.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \Delta x = v \Delta t$$

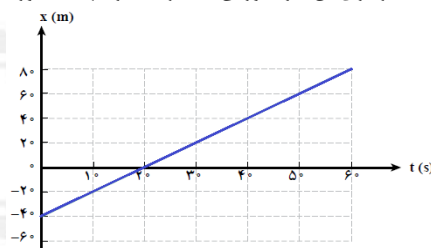
با استفاده از رابطه‌ی بالا می‌توان معادله‌ی مکان-زمان در حرکت با سرعت ثابت را به صورت زیر نوشت:

$$x = vt + x_0$$

معمولاً x_0 را که مکان متحرک در لحظه‌ی $t = 0$ است مکان اولیه‌ی متحرک می‌نامند. توجه شود که مکان‌های x_0 و x می‌توانند مثبت، منفی یا صفر باشند. سرعت متحرک هم به دلیل ماهیت برداری آن، در صورتی که حرکت در جهت محور x باشد مثبت و در غیر این صورت منفی است.



نمودار سرعت زمان در این نوع حرکت به صورت خط راستی موازی محور زمان است.



نمودار مکان-زمان این نوع حرکت به صورت خط راست است. (نمودار مربوط به $x = 2t - 4$) شیب نمودار برابر سرعت متحرک است (شیب ثابت می‌باشد).

همانگونه که از شکل بالا پیداست شیب نمودار مکان-زمان متحرک در طول این حرکت ثابت می‌باشد.

گوش به زنگ

- ۱- هنگامی که دو متحرک به هم می‌رسند (یا برخورد می‌کنند و یا این که از هم سبقت می‌گیرند) مکان دو متحرک برابر است. (متحرک دوم $x = x_{\text{متحرک اول}}$)
- ۲- در نمودار مکان-زمان، نقطه‌ی برخورد نمودار دو متحرک، مکان و زمان به هم رسیدن را نشان می‌دهد. اما در نمودار سرعت-زمان این چنین نیست و نقطه برخورد دو نمودار زمان و مکان رسیدن دو متحرک را نشان نمی‌دهد.

مثال	جسمی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر جسم در لحظه‌ی $t_1 = 5$ s در مکان $x_1 = 6$ m و در لحظه‌ی $t_2 = 20$ s در مکان $x_2 = 36$ m باشد، معادله‌ی مکان-زمان جسم کدام یک از موارد زیر است.
کتاب درسی	$x = 2t - 6$ (۱) $x = 2t - 4$ (۲) $x = 2t + 6$ (۳) $x = 2t + 4$ (۴)
<p>پاسخ گزینه ۲: برای به دست آوردن معادله مکان زمان باید سرعت (v) و مکان اولیه (x_0) جسم را تعیین کنیم:</p> $v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{36 - 6}{20 - 5} = 2 \text{ m/s}$ $x = vt + x_0 \xrightarrow[t=5, x=6]{\quad} 6 = 2 \times 5 + x_0 \rightarrow x_0 = 6 - 10 = -4 \text{ m} \rightarrow x = 2t - 4$	

مثال	شکل روبه‌رو نمودار مکان زمان دو جسم متحرک A و B را نشان می‌دهد. این دو به ترتیب در چه زمان و در چه مکانی به هم می‌رسند؟
کتاب درسی	<p>(۱) $3/4$ min و $0/6$ متر</p> <p>(۲) $3/5$ min و $0/6$ متر</p> <p>(۳) $3/5$ min و $0/5$ متر</p> <p>(۴) $3/4$ min و $0/5$ متر</p>
<p>پاسخ گزینه ۳: با توجه به شکل نمودار، هر دو متحرک با سرعت ثابت حرکت می‌کنند بنابراین می‌توان از رابطه زیر برای هر دو استفاده کرد.</p> $x = vt + x_0$ <p>همچنین جهت تعیین سرعت هر متحرک می‌توان شیب هر یک از خط‌ها را به دست آورد. در اینصورت برای متحرک A داریم:</p>	

$$v_A = v_{av} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = \frac{x_T - x_0}{t_T - t_0} = \frac{0 - 4}{4 - 0} = -1 \text{ m/min} \rightarrow x_A = -t + 4$$

و برای متحرک B:

$$v_B = v_{av} = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = \frac{x_T - x_0}{t_T - t_0} = \frac{0 - (-3)}{3 - 0} = 1 \text{ m/min} \rightarrow x_B = t - 3$$

لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند مکان هر دو یکسان است ($x_A = x_B$) در نتیجه می‌توان نوشت:

$$-t + 4 = t - 3 \rightarrow 2t = 7 \rightarrow t = 3.5 \text{ min}$$

با جایگذاری در یکی از روابط مکان زمان، محل به هم رسیدن به دست می‌آید:

$$x_A = -t + 4 = -3.5 + 4 = 0.5 \text{ m}$$

نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B به صورت شکل زیر است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه بیشتر از سرعت متحرک B است؟

۲۹۱

متوسط

۱۲ (۱)

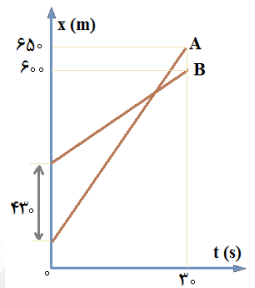
۱۲/۶ (۲)

۱۶ (۳)

۱۶/۳ (۴)

۹۴

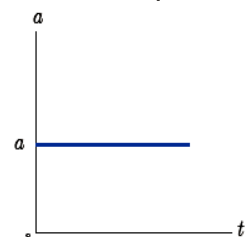
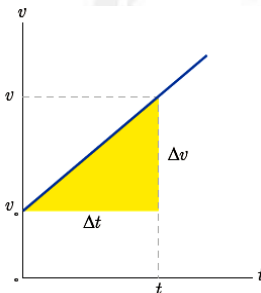
تجربی
خارج از
کنسور



حرکت با شتاب ثابت

هر گاه شتاب متحرکی در لحظه‌های مختلف یکسان باشد، شتاب متوسط ($a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$) در بازه‌های زمانی مختلف یکسان است. در چنین حرکتی شتاب متوسط در هر بازه‌ی زمانی برابر شتاب لحظه‌ای متحرک است، یعنی $a_{av} = a$.

حرکت این جسم متحرک را حرکت با شتاب ثابت می‌نامیم.



جسمی که روی سطح هموار یک سرانشی در حال لغزیدن است، یا جسمی که در حال سقوط است و اثر مقاومت هوا بر آن ناچیز باشد دارای حرکت با شتاب ثابت‌اند. همچنین خودرویی که پس از سبز شدن چراغ، شروع به حرکت می‌کند یا هواپیمایی که روی باند پرواز حرکت می‌کند تا به شرایط لازم برای برخاستن برسد مثال‌هایی از حرکت با شتاب تقریباً ثابت‌اند.

در این حالت سرعت با آهنگ ثابتی افزایش یا کاهش می‌یابد بنابراین نمودار سرعت-زمان به صورت یک خط راست است که شیب آن برابر با شتاب متحرک می‌باشد.

توجه به نکات

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

* سرعت متوسط در یک بازه زمانی دلخواه، با سرعت لحظه‌ای در وسط بازه برابر است.

رابطه‌ها در حرکت با شتاب ثابت:

۱	سرعت متوسط	$v_{av} = \frac{v_i + v_f}{2}$ یا $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$
۲	سرعت متوسط (مستقل از شتاب)	$\Delta x = v_{av} \Delta t$, $\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t$
۳	معادله سرعت-زمان (مستقل از مکان)	$v = at + v_0$
۴	معادله مکان-زمان (مستقل از سرعت)	$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$
۵	رابطه سرعت-جابه‌جایی (مستقل از زمان)	$v^2 - v_0^2 = 2a(x - x_0)$

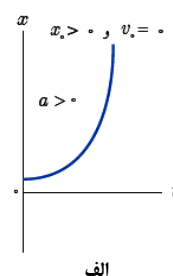
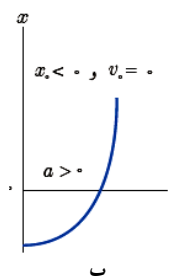
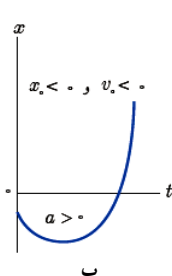
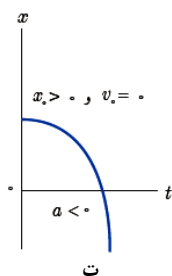
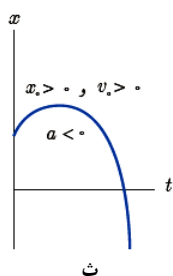
توجه به نکات

معادله‌ی مکان زمان را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t$$

باید توجه در این رابطه اگر جابه‌جایی در بازه زمانی t_1 تا t_2 پرسیده شود نباید به جای t مقدار $t = (t_2 - t_1)$ را قرار داد بلکه ابتدا مکان در هر لحظه را محاسبه و سپس جابه‌جایی را به دست آورد.

نمودارهای مکان-زمان مربوط به حرکت با شتاب ثابت برای حالت‌های مختلف در شکل‌های زیر نشان داده شده است.



آزمایش به زندگی

نمودار مکان - زمان در این حرکت به صورت سهمی است که هرگاه تقعر منحنی این سهمی به سمت بالا شبیه کاسه رو به بالا باشد، شتاب متحرک مثبت (شکل‌های الف، ب و پ) و هرگاه تقعر منحنی به سمت پایین شبیه کاسه رو به پایین باشد (شکل‌های ت و ث) شتاب منفی می‌باشد.

آزمایش به زندگی

۱- در رابطه مکان - زمان، اگر سرعت نهایی در لحظه t مشخص باشد (v)، می‌توان علامت شتاب را عوض کرد و به جای سرعت اولیه v_0 ، سرعت نهایی را جایگزین نمود:

$$\Delta x = \frac{1}{2} (-a) t^2 + v t$$

۲- در حرکت کندشونده‌ای که متحرک پس از طی مسافتی متوقف می‌شود، زمان توقف را می‌توان از رابطه زیر محاسبه کرد:

$$x_{\text{توقف}} = \frac{1}{2} v_0 t$$

۸۸
تجربی

مثال متحرکی بدون سرعت اولیه و با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و نمودار مکان - زمان آن مطابق شکل مقابل است. سرعت آن در لحظه‌ی $t = 2$ s چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) ۸

پاسخ گزینه ۴:

راه حل اول:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{v_0=0, x_0=-8} x = \frac{1}{2} at^2 - 8 \xrightarrow{t=2, x=0} 0 = \frac{1}{2} a (2)^2 - 8 \rightarrow a = 4 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 = 4 \times 2 + 0 = 8 \text{ m/s}$$

راه حل دوم:

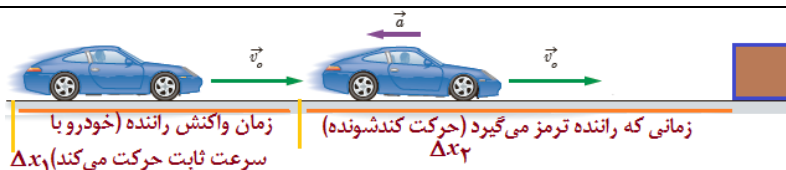
$$\Delta x = v_{av} \Delta t \rightarrow \Delta x = \left(\frac{v + v_0}{2} \right) \Delta t \rightarrow 8 = \frac{v + 0}{2} \times 2 \rightarrow v = 8 \text{ m/s}$$

۹۶
ریاضی

مثال اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت $108 \frac{km}{h}$ در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصله‌ی 165 m ، با شتاب ثابت $3 \frac{m}{s^2}$ ترمز می‌کند و درست جلوی مانع می‌ایستد. اگر زمان واکنش راننده t_1 و زمانی که حرکت اتومبیل کندشونده بوده، t_2 باشد، کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

پاسخ گزینه ۴: در مدت زمان واکنش راننده، اتومبیل با سرعت ثابت (همان سرعت اولیه) حرکت می‌کند و پس از آن، حرکت کندشونده با شتاب ثابت است.



$$v_0 = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}$$

$$v^2 - v_0^2 = -2a\Delta x_1 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{30^2}{2 \times 3} = 150 \text{ m}, \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{\Delta v}{a} = \frac{-30}{-3} = 10 \text{ s} = t_1$$

$$\Delta x_1 = 165 - 150 = 15 \Rightarrow \Delta x_1 = vt_1 \Rightarrow 15 = 30 \cdot t_1 \Rightarrow t_1 = 0.5 \text{ s}$$

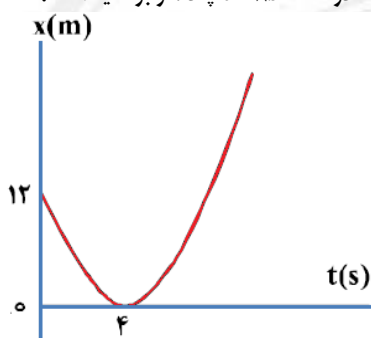
$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{10}{0.5} = 20$$

۹۸
ریاضی

متحرکی بدون سرعت اولیه در مبدأ زمان از مبدأ مکان روی محور X با شتاب ثابت به حرکت درآمده و در لحظه $t = 5 \text{ s}$ به مکان $x = -122/5 \text{ m}$ می‌رسد. بزرگی سرعت متحرک در این لحظه به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟
 ۱) ۱۹/۶ (۲) ۳۲/۴ (۳) ۴۵/۰ (۴) ۴۹/۰

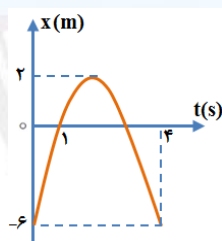
۹۸
ریاضی

مطابق شکل زیر، نمودار مکان-زمان متحرکی به صورت سهمی است. سرعت متحرک در لحظه $t = 8 \text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟
 ۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۱۲



۸۷
تجربی

نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل است. سرعت متوسط در فاصله‌ی زمانی $t = 1 \text{ s}$ تا $t = 4 \text{ s}$ چند متر بر ثانیه است؟



۸۹
ریاضی

متحرکی در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت فاصله‌ی ۸۰ متری از A تا B را در مدت ۸ ثانیه طی می‌کند و در لحظه‌ی رسیدن به نقطه‌ی B سرعتش به $15 \frac{m}{s}$ می‌رسد. شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟
 ۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{5}{4}$

۸۷
ریاضی

اتومبیلی در مسیر افقی با سرعت $54 \frac{km}{h}$ در حرکت است. راننده ترمز می‌کند. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جاده و لاستیک ۰/۲ باشد، اتومبیل تقریباً پس از طی چند متر متوقف می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)
 ۱) ۵۶ (۲) ۶۲ (۳) ۱۱۲ (۴) جرم اتومبیل باید معین شود

۹۲
ریاضی

قطار A به طول ۲۰۰ متر با سرعت ثابت $40 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است. قطار B به طول ۲۲۵ متر که روی ریل مجاور توقف کرده است، به محض اینکه قطار A کاملاً از آن عبور کرد، با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ در همان جهت حرکت قطار A شروع به حرکت و سرعت خود را به $50 \frac{m}{s}$ می‌رساند و با همان سرعت حرکت خود را ادامه می‌دهد. قطار B چند ثانیه پس از شروع حرکت، از قطار A سبقت گرفته و از کنار آن عبور می‌کند؟
 ۱) ۵۷/۵ (۲) ۸۲/۵ (۳) ۸۰ (۴) ۱۰۵

🔍 گش به زنگ

در حرکت شتابدار با شتاب ثابت جابجایی های زمان های متوالی تشکیل تصاعد عددی با جمله اول $v_0 + \frac{a}{2}$ و قدر نسبت a می دهند و باتوجه به این مطلب رابطه های مهم زیر در حل تست ها کاربرد دارند:

با فرض این که سرعت اولیه برابر صفر باشد:
 جابه جایی در ثانیه اول $\frac{a}{2}$
 جابه جایی در ثانیه دوم $\frac{1}{2}a$
 جابه جایی در ثانیه سوم $\frac{2}{2}a$

$$1- \text{جابجایی در ثانیه } n \text{ ام: } x_t = \frac{1}{2} a (2n - 1) + v_0$$

$$2- \text{جابجایی در } t \text{ ثانیه } n \text{ ام: } x = \frac{1}{2} a (2n - 1) t^2 + v_0 t$$

$$3- \text{تفاضل جابجایی در } t \text{ ثانیه } n \text{ ام و } t \text{ ثانیه } m \text{ ام: } x_n - x_m = (n - m) a t^2$$

مثال	معادله ی سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند، در SI به صورت $v = -2t + 4$ است. بزرگی جابه جایی متحرک در ۲ ثانیه ی سوم چند متر است؟	۱۵ (۱)	۱۲ (۲)	۱۸ (۳)	۲۴ (۴)
------	---	--------	--------	--------	--------

پاسخ گزینه ۲:

راه حل اول: با توجه به معادله سرعت، شتاب برابر با -2 متر بر مربع ثانیه و سرعت اولیه 4 متر بر ثانیه است.

$$\Delta x = \frac{1}{2} a (2n - 1) t^2 + v_0 t \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times (-2) \times (2 \times 3 - 1) \times 4 + 4 \times 2 = -20 + 8 = -12 \text{ m}$$

راه حل دوم: دو ثانیه سوم یعنی جابجایی در زمان های ۵ ثانیه و ۶ ثانیه. همچنین معادله سرعت، اندازه سرعت را در پایان ثانیه t ام می دهد:

$$v_6 = -2 \times 6 + 4 = -8 = v_{06}$$

$$v_5 = -2 \times 5 + 4 = -6 = v_{05}$$

$$v_{av} = \frac{v_6 + v_{05}}{2} = \frac{-8 - 6}{2} = -7 \Rightarrow \Delta x = v_{av} \Delta t = -7 \times 2 = -14 \text{ m}$$

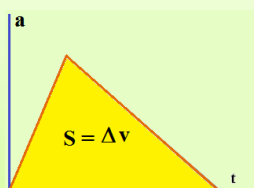
۲۹۸ متوسط	متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیه ی v_0 در ۲ ثانیه اول حرکت خود، ۱۳ متر و در ۲ ثانیه سوم حرکت خود، ۲۵ متر را طی می کند. شتاب حرکت در SI کدام است؟	۱/۵ (۱)	۲/۵ (۲)	۳ (۳)	۵ (۴)
-----------	--	---------	---------	-------	-------

۹۱ تجربی

محاسبه جابه جایی و سرعت متوسط از روی نمودار شتاب زمان:

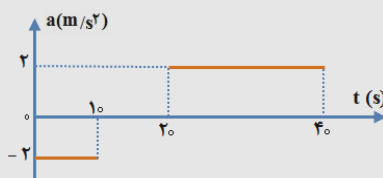
۱- در نمودار شتاب - زمان بهتر این است که در ابتدا و انتهای هر بازه با شتاب معین، سرعت متحرک را محاسبه کنیم و به عنوان نمونه از رابطه مستقل از شتاب، جابه جایی را در تست های مربوط به آن محاسبه می کنیم.

۲- مساحت زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییرات سرعت (Δv) می باشد.



مثال نمودار شتاب - زمان متحرکی که از حال سکون روی محور x حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی $t_1 = 2 \text{ s}$ تا $t_2 = 3.5 \text{ s}$ کدام مورد درست است؟

۹۴ تجربی



- (۱) حرکت تند شونده است.
- (۲) حرکت کند شونده است.
- (۳) جهت حرکت یک بار تغییر می کند.
- (۴) متحرک در جهت محور x حرکت می کند.

پاسخ گزینه ۳: با استفاده از معادله سرعت - زمان ($v = at + v_0$) سرعت را در شروع و پایان هر بازه زمانی تا 3.5 s محاسبه می کنیم.

$$t = 0 \rightarrow v_0 = 0$$

$$t = 1.0 \text{ s} \rightarrow v_1 = -2 \times 1.0 + 0 = -2.0 \text{ m/s}$$

$$t = 2.0 \text{ s} \rightarrow v_2 = -2.0 \text{ m/s} \quad (\text{شتاب حرکت از } 1.0 \text{ s تا } 2.0 \text{ s صفر است بنابراین سرعت متحرک ثابت و برابر } 2.0 \text{ متر بر ثانیه است.})$$

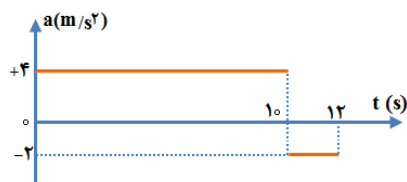
$$t = 3.5 \text{ s} \xrightarrow{\text{مقدار } t \text{ از } 2.0 \text{ تا } 3.5 \text{ ثانیه یعنی } 1.5 \text{ ثانیه است}} v_{3.5} = 2 \times 1.5 + (-2.0) = 1.0 \text{ m/s}$$

بنابراین از 2.0 s تا 3.5 s سرعت با مقدار منفی به صفر و سپس به سرعت با مقدار مثبت تبدیل شده و علامت سرعت یک بار عوض می شود یعنی حرکت ابتدا کندشونده (سرعت از -2.0 به صفر می رسد) و سپس تندشونده (سرعت از صفر به 1.0 می رسد) است و جهت حرکت یک بار تغییر می کند. پس گزینه (۳) جواب درست است.

۲۹۹
متوسط

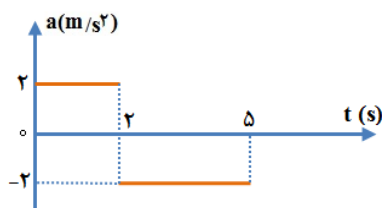
نمودار شتاب - زمان متحرکی که سرعتش در مبداء زمان $\frac{m}{s} + 5$ است، به صورت شکل زیر می باشد. سرعت متوسط متحرک در این ۱۲ ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) $13/5$
(۲) ۱۴
(۳) ۲۷
(۴) ۲۸

۳۰۰
متوسط

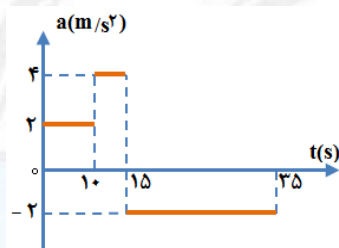
نمودار شتاب - زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل است. اگر سرعت متوسط متحرک در این مدت $\frac{m}{s} 6/4$ باشد، سرعت اولیه ی آن چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۸

۳۰۱
دشوار

نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x در لحظه ی $t = 0$ از مبدا می گذرد، مطابق شکل زیر است. اگر $v_0 = -10 \frac{m}{s}$ باشد، بیشترین فاصله ی متحرک از مبدا در بازه زمانی $t = 0$ تا $t = 35s$ ، چند متر است؟

- (۱) ۲۱۰
(۲) ۲۲۵
(۳) ۳۲۵
(۴) ۳۵۰



حسین صمدیه - علی مهربانی - مجید فارسی

۹۴
ریاضی۸۵
ریاضی۹۵
تجربی

حرکت شناسی

گزینه ۲:

۲۷۲

جابه جایی برداری است از نقطه شروع تا پایان حرکت که بزرگی آن برابر ۷ متر می باشد. مسافت برابر با کل مسیر طی شده توسط شخص است که برابر با ۲۵ متر است

گزینه ۳:

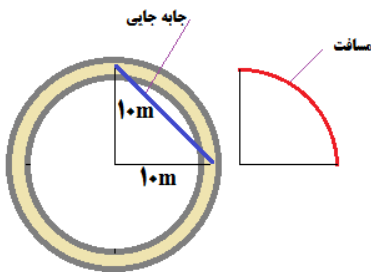
۲۷۳

جابه جایی برابر است با وتر مثلث قائم الزاویه

$$\text{جابه جایی} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}m$$

مسافت برابر است با $\frac{1}{4}$ محیط دایره

$$\text{مسافت} = \frac{1}{4}(2\pi r) = \frac{1}{4} \times 3 \times 10 = 15m$$



گزینه ۳: عبارت های الف، ب و پ درست است.

۲۷۴

در عبارت ت، بیشترین فاصله از مبدا ۴۰ متر است و در عبارت ث، متحرک در بازه ی زمانی صفر تا ۱۸ ثانیه فقط یک بار تغییر جهت داده است.

گزینه ۱:

۲۷۵

متحرک تا ۴ متری مبدا در جهت مثبت محور حرکت کرده است سپس در زمان ۲ ثانیه تغییر جهت داده، در لحظه ۴ ثانیه از مبدا مکان عبور کرده است و در خلاف جهت محور حرکت می کند. در ادامه حرکتش لحظه ۶ ثانیه دوباره تغییر جهت داده و به سمت مبدا حرکت کرده است و در لحظه ۸ ثانیه از مبدا مکان عبور می کند.

گزینه ۳: در محاسبه سرعت متوسط، فقط شروع و پایان حرکت اهمیت دارد و مقادیر x_1 و t_1 را در نظر نمی گیریم.

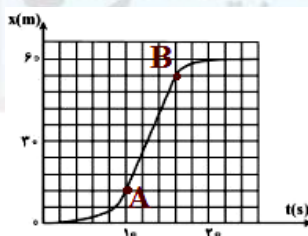
۲۷۶

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_o}{t_f - o} = \frac{20 - (-40)}{10} = \frac{60}{10} = 6 m/s$$

گزینه ۳:

۲۷۷

با توجه به شکل هر خانه در راستای x برابر ۶ متر و در راستای t برابر ۲s است. بیشترین شیب در ناحیه ی A تا B است که نمودار به صورت خط راست است و حرکت آن یکنواخت است. در مرحله AB داریم:



$$\Delta x = \text{خانه } 7 = 7 \times 6m = 42m$$

$$\Delta t = \text{خانه } 3 = 3 \times 2s = 6s$$

$$v_{AB} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{42}{6} = 7 m/s$$

گزینه ۱: شیب نمودار سرعت-زمان برابر شتاب است. از صفر تا t_1 شیب نمودار مثبت است. بنابراین شتاب مثبت و در جهت محور x است. (در بازه ی زمانی t_1 تا t_2 نیز شتاب مثبت است ولی در بین گزینه ها نیست).

۲۷۸

گزینه ۱:

۲۷۹

برای اینکه حرکت تندشونده باشد باید $|v|$ در حال افزایش باشد. بنابراین در نمودار سرعت-زمان باید پیوسته از محور t دور شویم تا حرکت پیوسته تند شونده باشد. این شرایط فقط در گزینه (۱) برقرار است.

گزینه ۴:

۲۸۰

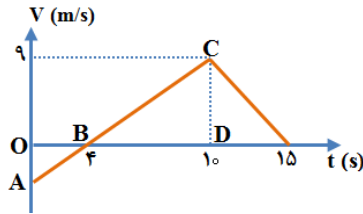
با توجه به اینکه نمودار سرعت-زمان است و بزرگی سرعت در حال افزایش است، بنابراین حرکت تندشونده می باشد. از طرفی چون شیب نمودار سرعت-زمان برابر شتاب است و شیب تغییر می کند، شتاب متغیر می باشد.

گزینه ۱: روش اول: از لحظه ی صفر تا ۱۰s شتاب متحرک تغییر نمی کند. بنابراین:

۲۸۱

$$a_{(4s \text{ تا } 10s)} = a_{(10s \text{ تا } 15s)} \rightarrow \frac{0 - v_0}{4} = \frac{9 - 0}{6} \rightarrow v_0 = -6 m/s$$

$$a_{av(15s \text{ تا } 20s)} = \frac{v - v_0}{t - 0} = \frac{0 - (-6)}{15} = \frac{6}{15} = 0.4 m/s^2$$



روش دوم (تشابه مثلثها):

دو مثلث OAB و BCD مشابه اند. بنابراین داریم:

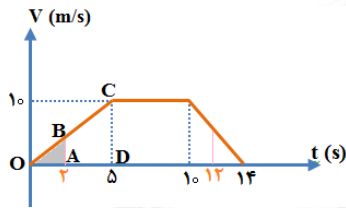
$$\frac{OA}{CD} = \frac{OB}{BD} \rightarrow \frac{v_o}{9} = \frac{9}{6} \rightarrow v_o = 6 \xrightarrow{v_o < 0} v_o = -6 \text{ m/s}$$

$$a_{av(15s \text{ تا } 0)} = \frac{v - v_o}{t - o} = \frac{0 - (-6)}{15} = \frac{6}{15} = 0.4 \text{ m/s}^2$$

گزینه ۱: روش اول:

۲۸۲

$$\begin{aligned} (5s \text{ تا } 0) \quad a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 0}{5} = 2 \text{ m/s}^2 & \xrightarrow{t=2s} v_1 &= at + v_{o1} = 2 \times 2 + 0 = 4 \text{ m/s} \\ (14s \text{ تا } 10) \quad a &= \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{4} = -2.5 \text{ m/s}^2 & \xrightarrow{t=2s} v_2 &= at + v_{o2} = -2.5 \times 2 + 10 = 5 \text{ m/s} \\ (12s \text{ تا } 2s) \quad a_{av} &= \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{5 - 4}{12 - 2} = 0.1 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$



روش دوم (تشابه مثلثها):

دو مثلث OAB و BCD مشابه اند. بنابراین داریم:

$$\frac{AB}{DC} = \frac{OA}{OD} \rightarrow \frac{v_1}{10} = \frac{2}{5} \rightarrow v_1 = 4 \text{ m/s}$$

زمان ۱۲ ثانیه، وسط ۱۰ و ۱۴ ثانیه است بنابراین سرعت در این لحظه میانگین سرعت در لحظه ۱۰ و ۱۴ سرعت در لحظه ۱۴ ثانیه و برابر با ۵ متر بر ثانیه می شود.

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{5 - 4}{12 - 2} = 0.1 \text{ m/s}^2$$

گزینه ۳:

۲۸۳

قسمتی از نمودار سرعت - زمان که زیر محور زمان است، به معنی سرعت منفی و حرکت در خلاف جهت محور X است. بنابراین لازم است زمانی که سرعت صفر می شود را محاسبه کنیم. در مورد حرکت از ثانیه ۲ به بعد داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-8 - 4}{14 - 2} = -\frac{12}{12} = -1 \text{ m/s}^2$$

$$v = at + v_o \Rightarrow 0 = -t + 4 \Rightarrow t = 4s \Rightarrow t_r = 2 + 4 = 6s$$

$$\Delta t = 14 - 6 = 8$$

متحرک از لحظه ۶ تا ۱۴ ثانیه خلاف جهت محور حرکت کرده است.

گزینه ۳:

۲۸۴

تا زمان ۵ ثانیه حرکت متحرک A شتابدار (با شتاب $\frac{12-2}{5} = 2 \text{ m/s}^2$) و پس از آن با سرعت ثابت است. جابجایی هر دو متحرک را تا ثانیه ۵ محاسبه می کنیم.

$$\Delta x_A = \frac{1}{2} at^2 + v_o t = \frac{1}{2} \times 2 \times 25 + 2 \times 5 = 35$$

$$\Delta x_B = +v_B t = 10 \times 5 = 50$$

بنابراین اختلاف فاصله ی دو متحرک در زمان ۵ ثانیه برابر ۱۵ متر است. بعد از ثانیه ۵، سرعت دو متحرک ثابت بوده و سرعت متحرک A ۲ متر بر ثانیه بیشتر است. بنابراین داریم:

$$\Delta t' = \frac{\text{اختلاف فاصله}}{\text{اختلاف سرعت}} = \frac{15}{2} = 7.5 \text{ s}$$

اگر هر دو متحرک با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه دهند مدت زمان لازم برای رسیدن متحرک A به متحرک B برابر است با: $5 + 7.5 = 12.5 \text{ s}$

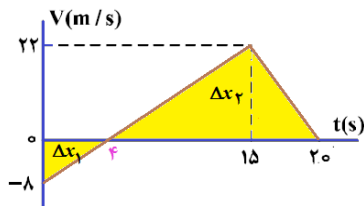
$$12.5 \text{ s}$$

از زمان ۱۱ ثانیه به بعد حرکت متحرک B شتابدار و سرعت آن کاهش می یابد. بنابراین از این زمان زودتر به هم می رسند یعنی 12.5 s

گزینه ۴:

۲۸۵

از صفر تا ۱۵ ثانیه شیب نمودار برابر ۲ می باشد که همان شتاب جسم در این فاصله زمانی است ($a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{30}{15} = 2 \text{ m/s}^2$). لحظه ای که در روی نمودار سرعت برابر صفر است را می توان از رابطه شتاب محاسبه کرد:



با به دست آوردن مساحت زیر نمودار در هر مرحله و محاسبه حاصل جمع آن‌ها مسافت به دست می‌آید:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \rightarrow 2 = \frac{0 - (-8)}{t - 0} \rightarrow 2t = 8 \rightarrow t = 4 \text{ s}$$

$$\Delta x_1 = s_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} (8 \times 4) = 16 \text{ m}$$

$$\Delta x_2 = s_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} (22 \times 16) = 176 \text{ m}$$

$$\text{مسافت} = 16 + 176 = 192 \text{ m}$$

گزینه ۱: ۲۸۶

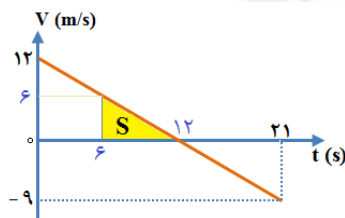
$$\Delta x = -s_1 + s_2 + s_3$$

دو مثلثی که در دو طرف محور زمان هستند، مساحت برابر دارند ($s_1 = s_2$) بنابراین با یکدیگر خط می‌خورند و فقط مساحت مستطیل را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = s_3 = (8 - 6) \times 8 = 16 \text{ m}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{16}{8} = 2 \text{ m/s}$$

گزینه ۲: ۲۸۷

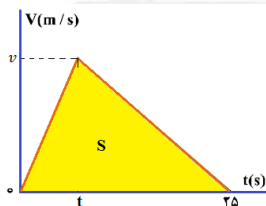


بنابراین سرعت متحرک از مقدار اولیه ی 12 m/s در هر ثانیه 1 m/s کاهش می‌یابد.

$$\rightarrow t_1 = 6 \text{ s} \rightarrow v_1 = 6, \quad t_2 = 12 \text{ s} \rightarrow v_2 = 0$$

$$\Delta x = S = \frac{1}{2} (6 \times 6) = 18 \text{ m}$$

گزینه ۱: ۲۸۸



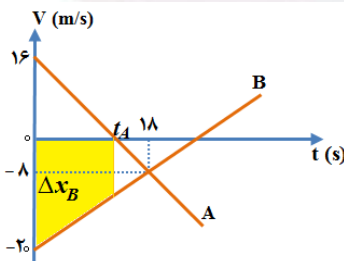
$$\Delta x = v_{av} \Delta t = 10 \times 25 = 250 \text{ m}$$

$$S = v \times \frac{\Delta t}{2} = \frac{25}{2} v$$

$$S = \Delta x \rightarrow \frac{25}{2} v = 250 \rightarrow v = \frac{2 \times 250}{25} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۲: در نمودار سرعت زمان قسمتی از نمودار که بالای محور زمان است، متحرک در جهت محور حرکت کرده است.

۲۸۹



$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$a_A = \frac{-8 - 16}{18 - 0} = -\frac{24}{18} = -\frac{4}{3} \Rightarrow t_A = \frac{\Delta v}{a} = \frac{-16}{-\frac{4}{3}} = 12 \text{ s}$$

$$a_B = \frac{-8 - (-20)}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow t_A = \text{سرعت } v_B \text{ در لحظه } t_A = a_B t + v_0 = \frac{2}{3} \times 12 - 20 = -12 \text{ m/s}$$

$$\Delta x_B = v_{av} \Delta t = \text{مساحت زیر نمودار} = \left(\frac{-20 - 12}{2} \right) \times 12 = 16 \times 12 = 192 \text{ m}$$

گزینه ۳: در نمودار سرعت زمان قسمتی از نمودار که زیر محور زمان است، متحرک در خلاف جهت محور حرکت کرده است. (از t' تا 25 s)

۲۹۰

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}, \quad \Delta x = \text{مساحت زیر نمودار} = \frac{15}{2} \times (25 - t')$$

$$v_{av} = \frac{v/2 \times (25 - t')}{25 - t'} = \frac{v}{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گزینه ۳: ۲۹۱

$$x_A = v_A t + x_{0A}, \quad x_B = v_B t + x_{0B}$$

$$\rightarrow x_A - x_B = (v_A - v_B)t + (x_{0A} - x_{0B})$$

$$650 - 600 = (v_A - v_B) \times 30 - 430 \rightarrow v_A - v_B = \frac{480}{30} = 16 \text{ m/s}$$

گزینه ۴: روش اول: ۲۹۲

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{v_0=0, x_0=0} x = \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow{x=-122/5, t=5} -122/5 = \frac{1}{2} \times a \times 25 \rightarrow a = -9.8 \frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_0 \rightarrow v = -\frac{9}{1} \times 5 + 0 = -49 \frac{m}{s}$$

روش دوم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - 0} = \frac{v}{t}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \rightarrow v^2 = 2 \frac{v}{\Delta} (0 - 122/5) \rightarrow v = -\frac{245}{5} = -49 \frac{m}{s}$$

روش سوم:

$$v_{av}: \quad \frac{v + v_0}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \frac{v}{2} = \frac{122/5}{5} \rightarrow v = \frac{245}{5} = 49 \frac{m}{s}$$

گزینه ۳:

۲۹۳

در زمان ۴ ثانیه خط مماس بر نمودار افقی و شیب آن صفر است بنابراین سرعت در این لحظه صفر می‌باشد. (متحرک یک لحظه متوقف و سپس تغییر جهت می‌دهد)

$$x_{\text{توقف}} = \frac{1}{2} v_0 t \rightarrow -12 = \frac{1}{2} v_0 \times 4 \rightarrow v_0 = 6 \frac{m}{s}$$

با توجه به تقارن سهمی، شیب نمودار (در نتیجه بزرگی سرعت) در زمان صفر با زمان ۸ ثانیه یکسان است بنابراین در زمان ۸ ثانیه بزرگی سرعت ۶ متر بر ثانیه است.

گزینه ۲:

۲۹۴

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-6 - 0}{4 - 1} = -2 \frac{m}{s}$$

روش اول: گزینه ۴:

۲۹۵

$$\Delta x = v_{av} \Delta t \Rightarrow 10 = v_{av} \times 1 \Rightarrow v_{av} = 10$$

$$v_{av} = \frac{v_A + v_B}{2} \Rightarrow 10 = \frac{v_A + 15}{2} \Rightarrow v_A + 15 = 20 \Rightarrow v_A = 5$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 - 5}{1} = \frac{10}{1} = 10 \frac{m}{s^2}$$

روش دوم:

$$\Delta x = \frac{1}{2} (-a) t^2 + v t \xrightarrow{\Delta x=10, v=15, t=1} 10 = \frac{1}{2} \times (-a) \times 1 + 15 \times 1 \rightarrow 10 - 15 = -\frac{1}{2} a \rightarrow a = \frac{-40}{-1} = 40 \frac{m}{s^2}$$

گزینه ۱: تنها نیروی افقی وارد بر اتومبیل نیروی اصطکاک است.

۲۹۶

$$f_k = ma \Rightarrow \mu_k mg = ma \Rightarrow a = \mu_k g = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{15 \times 15}{4} = \frac{225}{4} \approx 56$$

گزینه ۴: مدت زمانی که قطار B سرعتش را به ۵۰ m/s برساند عبارت است از:

۲۹۷

$$t_B = \frac{\Delta v}{a} = \frac{50}{2} = 25 s$$

$$\Delta x_B = v_{av} t_B = \frac{50 + 0}{2} \times 25 = 625 m$$

$$\Delta x_A = v t = 40 \times 25 = 1000 m$$

بنابراین قطار A به اندازه ۳۷۵ متر جلوتر است. قطار B برای سبقت کامل علاوه بر این مقدار، فاصله‌ای به اندازه‌ی طول دو قطار را نیز طی می‌کند. در نتیجه کل مسافت عبارت است از (چون هر دو قطار با سرعت ثابت حرکت می‌کنند، می‌توان یکی را در نظر گرفت که با اختلاف بزرگی این دو سرعت، مسیر را طی می‌کند):

$$\Delta x = 375 + 200 + 225 = 800 m \Rightarrow \Delta x = v_{\text{نسبی}} \times \Delta t \Rightarrow 800 = (50 - 40) \Delta t \Rightarrow 800 = 10 \Delta t \Rightarrow \Delta t = 80 s$$

$$\Delta' t = t_B + \Delta t = 25 + 80 = 105 s$$

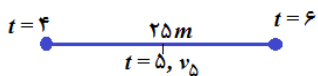
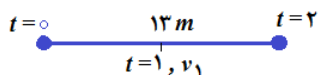
گزینه ۱: روش اول:

۲۹۸

$$x_n - x_m = (n - m) a t^2$$

$$25 - 13 = (3 - 1) a \times 2^2 \rightarrow 12 = 4a \rightarrow a = \frac{12}{4} = 3 \frac{m}{s^2}$$

روش دوم:

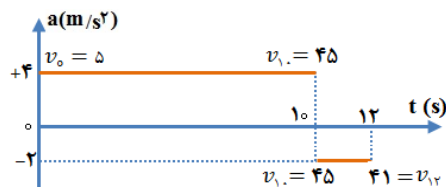


$$v_1 = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{13}{2} = 6.5 \text{ m/s}$$

$$v_2 = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{25}{5} = 5 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{5 - 6.5}{1} = -1.5 \text{ m/s}^2$$

گزینه ۴: ۲۹۹



$$v_0 = 5 \Rightarrow v_1 = at + v_0 = 4 \times 1 + 5 = 9$$

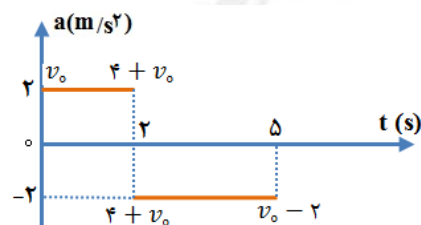
$$\Delta x_1 = v_{av1} \Delta t_1 = \frac{v_0 + v_1}{2} \times \Delta t_1 = 25 \times 1 = 25$$

$$v_2 = at + v_1 = -2 \times 2 + 9 = 5$$

$$\Rightarrow \Delta x_2 = v_{av2} \Delta t_2 = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t_2 = 9 \times 2 = 18$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{25 + 18}{1 + 2} = \frac{43}{3} \text{ m/s}$$

گزینه ۲: ۳۰۰



$$v_2 = a_1 t_1 + v_0 = 4 + v_0$$

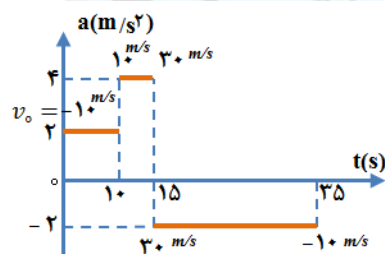
$$\Rightarrow \Delta x_1 = v_{av1} \Delta t_1 = \left(\frac{v_0 + 4 + v_0}{2} \right) \times 2 = 2v_0 + 4$$

$$v_3 = a_2 t_2 + v_2 = -2 \times 3 + (4 + v_0) = v_0 - 2$$

$$\Rightarrow \Delta x_2 = v_{av2} \Delta t_2 = \left(\frac{4 + v_0 + v_0 - 2}{2} \right) \times 3 = 3v_0 + 3$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{2v_0 + 4 + 3v_0 + 3}{5} = \frac{5v_0 + 7}{5} = v_0 + 1.4 \Rightarrow v_0 = 5 \text{ m/s}$$

گزینه ۳: ۳۰۱



ابتدا با استفاده از معادله ی سرعت - زمان، سرعت را در ابتدا و انتهای هر بازه زمانی محاسبه می کنیم.

$$v = v_0 + at, \quad v_0 = -10 \text{ m/s}$$

$$v_1 = -10 + 2 \times 10 = 10 \text{ m/s}$$

$$v_{15} = 10 + 4 \times 5 = 30 \text{ m/s}$$

$$v_{25} = 30 - 2 \times 20 = -10 \text{ m/s}$$

جهت حرکت جسم یک بار بین ۰ تا ۱۰s و یک بار بین ۱۵s تا ۳۵s تغییر می یابد. زیرا در دو زمان ۵s و ۳۰s سرعت جسم برابر صفر می شود:

$$v_0 = -10 + 2 \times 5 = 0, \quad v_{30} = 30 - 2 \times 15 = 0$$

بنابراین بیشترین فاصله از مبدأ یا در ۵s یا در ۳۰s رخ می دهد.

$$t = 5s \rightarrow \Delta x = v_{av} \Delta t = \frac{-10 + 0}{2} \times 5 = -25 \text{ m}$$

$$t = 30s \rightarrow \Delta x = v_{av(0 \rightarrow 10)} \Delta t_1 + v_{av(10 \rightarrow 15)} \Delta t_2 + v_{av(15 \rightarrow 30)} \Delta t_3$$

$$= \frac{-10 + 10}{2} \times 10 + \frac{10 + 30}{2} \times 5 + \frac{30 + 0}{2} \times 15 = 0 + 100 + 225 = 325 \text{ m}$$

بنابراین بیشترین فاصله از مبدأ ۳۲۵ متر است.